

Zadania ze statystyki lista nr 2.

1 Podstawowe własności rozkładu normalnego

1. Standardowy rozkład normalny $\mathcal{N}(0, 1)$
2. Jeżeli X ma rozkład $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$, to Y ma rozkład $\mathcal{N}(0, 1)$, gdzie $Y = \frac{(X-\mu)}{\sigma}$;
3. Jeżeli X ma rozkład $\mathcal{N}(0, 1)$, to Y ma rozkład $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$ gdzie $Y = \sigma \cdot X + \mu$;
4. $E[X] = \mu$, $Var[X] = \sigma^2$;
5. Jeżeli X_1, X_2, \dots, X_n jest próbą z rozkładu normalnego $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$ to \bar{X} ma rozkład $\mathcal{N}(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$

2 Zadania

Zadanie 1. Oblicz wartości $\Phi(z)$ dla $z = 0, 1.96, -1, 0.56, -0.25, 1.5, 2.01, 3, 1.75$.

Zadanie 2. Znajdź wartości z , dla których $\Phi(z) = 0.5, 0.05, 0.95, 0.99, 0.90, 0.025, 0.01$

Zadanie 3. Niech X będzie zmienną losową o rozkładzie $\mathcal{N}(0, 1)$ oblicz:

- (a) $P(-0.55 < z < 0.37)$;
- (b) $P(0.37 < z < 0.42)$;
- (c) $P(-0.55 < z < -0.15)$.

Zadanie 4. Niech zmienna losowa X ma rozkład $\mathcal{N}(2, 3)$ oblicz prawdopodobieństwa:

- (a) $P(X > 2)$;
- (b) $P(X < 1)$;
- (c) $P(|X - 2| < 0.5)$;
- (d) $P(X < 1)$.

Zadanie 5. Zmienna losowa ma rozkład $\mathcal{N}(12, 4)$. Oblicz prawdopodobieństwo $P(x < 15)$.

Zadanie 6. Średnia zawartość Hb we krwi kobiet wynosi $13.7g/100ml$, wariancja 1.58 . Jakie jest prawdopodobieństwo, że losowo pobrana do badań krew kobiet zawiera co najmniej $12g/100ml$?

- Zadanie 7. Dostawca sałaty gwarantuje, że średnia zawartość ołowiu w jego sałacie nie przekracza $0.10ppm$. Kupujący polecił sprawdzić 16 losowo wybranych próbek sałaty i otrzymał w nich średnią zawartość ołowiu $0.11ppm$ z odchyleniem standardowym $0.02ppm$. Oceń czy gwarancja producenta jest uczciwa.
- Zadanie 8. W pewnym doświadczeniu medycznym bada się czas snu pacjentów leczonych na pewną chorobę. Zmierzono czas snu u $n = 16$ wylosowanych niezależnie pacjentów i otrzymano następujące wyniki (w minutach):
435, 533, 393, 458, 525, 481, 324, 437, 348,
503, 383, 395, 416, 533, 500, 488. Przyjmując, że czas snu ma rozkład $\mathcal{N}(m, 70)$, oszacować średni m czasu snu pacjentów przyjąc współczynnik ufności 0.99.
- Zadanie 9. W pewnym eksperymencie chemicznym bada się czas całkowitego zakończenia reakcji. Dokonano $n = 60$ niezależnych doświadczeń i otrzymano z nich średnią $\bar{x} = 46$ sek oraz odchylenie standardowe $S_n = 13$ sek. Przyjmując współczynnik ufności 0.99 znajdź przedział ufności dla średniego czasu reakcji.
- Zadanie 10. W celach antropometrycznych wylosowano $n = 400$ studentów i dokonano pomiarów, mierząc między innymi długość ich stopy. Otrzymano z tej próby $\bar{x} = 26.4$ oraz $S_n = 1.7$ cm. Znajdź 0.90 przedział ufności dla średniej długości stopy.
- Zadanie 11. W celu oszacowania średniej miesięcznej kwoty wydatków studentów na rozrywkę, wybrano losowo próbę $n = 200$ studentów i otrzymano z niej średnią $\bar{x} = 120$ oraz $S_n = 84$ zł. Znaleźć 0.95 przedział ufności dla średniej.