

1 Statystyka w analizie i planowaniu eksperymentu

lista nr.1

1.1 Wprowadzenie

Zadanie 1 *W pewnym zagajniku rosną tylko dwa gatunki drzew: 1200 grabów i 800 dębów. Stwierdzono też, że 30% drzew ma dziuple, przy czym obecność dziupli jest zjawiskiem niezależnym od gatunku drzewa. Oszacuj prawdopodobieństwo, że losowo wybrane drzewo:*

- *jest dębem;*
- *jest grabem;*
- *jest grabem lub dębem;*
- *nie jest ani grabem ani dębem;*
- *ma dziuplę;*
- *nie ma dziupli;*
- *ma dziuplę lub nie ma dziupli;*
- *jest dębem z dziuplą;*
- *jest grabem bez dziupli.*

Zadanie 2 *W zagajniku z poprzedniego zadania wybrano losowo dwa drzewa. Oszacuj prawdopodobieństwa, że wśród tych drzew:*

- *oba są grabami;*
- *pierwsze z wybranych jest grabem, a drugie dębem;*
- *pierwsze z wybranych jest dębem a drugie grabem;*
- *tylko jedno jest grabem (wszystko jedno, które)*
- *żadne nie jest grabem;*
- *oba mają dziuple;*
- *oba są grabami i oba mają dziuple*

Zadanie 3 *Oszacuj prawdopodobieństwa, że przy rzucie dwóch kostek do gry otrzymamy następujące sumy oczek na obydwu kostkach: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13*

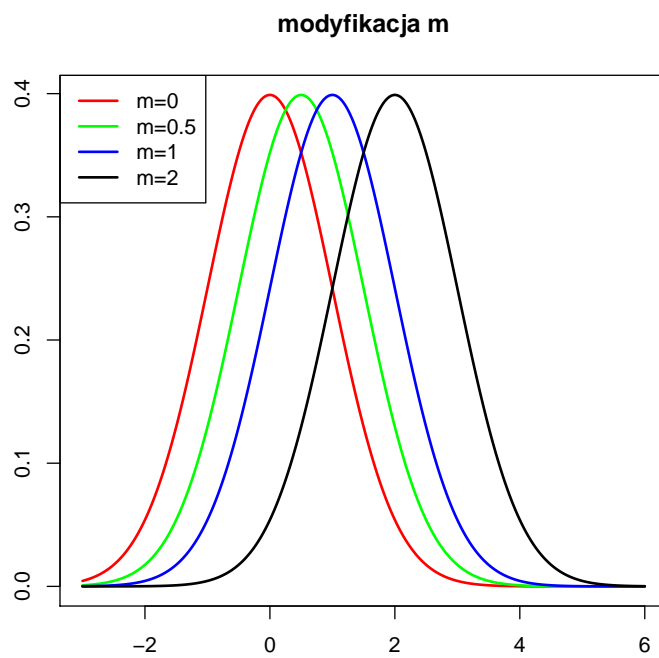
Zadanie 4 *Rzucono 10 razy symetryczną monetą. Oceń prawdopodobieństwo*

- wyrzucone zostały same orły;
- same orły lub same reszki;
- co najwyżej dwa orły;
- co najmniej dwa orły;
- co najmniej 11 orłów;
- co najwyżej 11 orłów

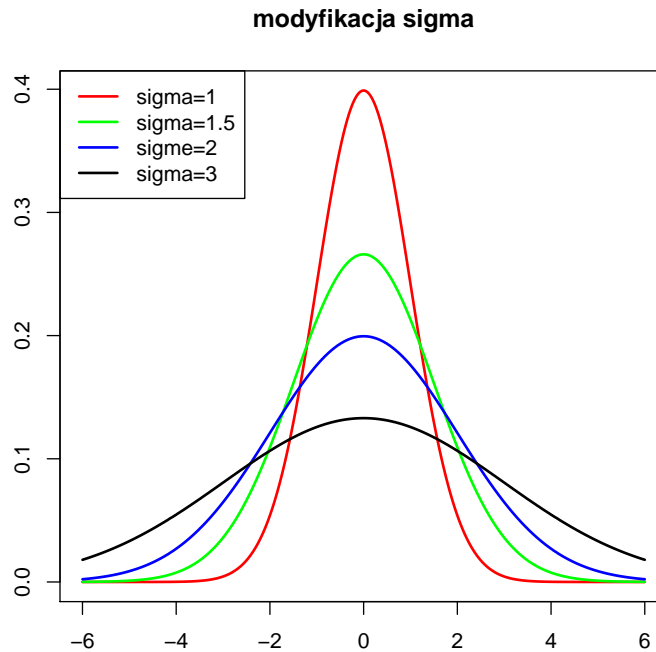
1.2 Podstawowe własności rozkładu normalnego

1. Standardowy rozkład normalny $\mathcal{N}(0, 1)$
2. Jeżeli X ma rozkład $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$, to Y ma rozkład $\mathcal{N}(0, 1)$, gdzie $Y = \frac{(X-\mu)}{\sigma}$;
3. Jeżeli X ma rozkład $\mathcal{N}(0, 1)$, to Y ma rozkład $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$ gdzie $Y = \sigma \cdot X + \mu$;
4. $E[X] = \mu, Var[X] = \sigma^2$;
5. Jeżeli X_1, X_2, \dots, X_n jest próbą z rozkładu normalnego $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$ to \bar{X} ma rozkład $\mathcal{N}(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$

6. Interpretacja graficzna parametru μ :



7. Interpretacja graficzna parametru σ :



8. Umownie przyjęto zakres wartości obejmujący 95.5% wartości rozkładu danej cechy w populacji tj. zakres $\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma$ za **normę** (wartości prawidłowe);

Zadanie 5 Oblicz wartości $\Phi(z)$ dla $z = 0, 1.96, -1, 0.56, -0.25, 1.5, 2.01, 3, 1.75$

Odpowiedzi: $\Phi(0) = 0.5$,

$\Phi(1.96) = 0.97500210485178$,

$\Phi(-1) = 0.158655253931457$,

$\Phi(0.56) = 0.712260281150973$,

$\Phi(-0.25) = 0.401293674317076$,

$\Phi(1.5) = 0.933192798731142$,

$\Phi(2.01) = 0.977784405570569$,

$\Phi(3) = 0.99865010196837$,

$\Phi(1.75) = 0.959940843136183$;

Zadanie 6 Znajdź wartości z , dla których $\Phi(z) = 0.5, 0.05, 0.95, 0.99, 0.90, 0.025, 0.01$;

odpowiedzi: $\Phi^{-1}(0.5) = 0$,

$\Phi^{-1}(0.05) = -1.64485362695147$,

$\Phi^{-1}(0.95) = 1.64485362695147$,

$\Phi^{-1}(0.99) = 2.32634787404084$,

$$\begin{aligned}\Phi^{-1}(0.90) &= 1.2815515655446, \\ \Phi^{-1}(0.025) &= -1.95996398454005, \\ \Phi^{-1}(0.01) &= -2.32634787404084,\end{aligned}$$

Zadanie 7 Niech X będzie zmienną losową o rozkładzie $\mathcal{N}(0, 1)$ oblicz:

1. $P(-0.55 < z < 0.37)$, Odpowiedź: 0.3531490680122;
2. $P(0.37 < z < 0.42)$, Odpowiedź: 0.0184485183512038;
3. $P(-0.55 < z < -0.15)$, Odpowiedź: 0.149222620841411;

Zadanie 8 Niech zmienna losowa X ma rozkład $\mathcal{N}(2, 3)$ oblicz prawdopodobieństwa:

1. $P(X > 2)$, Odpowiedź: 0.5;
2. $P(X < 1)$, Odpowiedź: 0.369441340181764;
3. $P(|X - 2| < 0.5)$, Odpowiedź: 0.132367665221807;
4. $P(X < 1)$ Odpowiedź: 0.369441340181764.

Zadanie 9 Zmienna losowa ma rozkład $\mathcal{N}(12, 4)$. Oblicz prawdopodobieństwo $P(X < 15)$.

Odpowiedź: $P(X < 15) = 0.773372647623132$.

Zadanie 10 Średnia zawartość Hb we krwi kobiet wynosi 13.7g/100ml, wariancja 1.58. Jakie jest prawdopodobieństwo, że losowo pobrana do badań krew kobiet zawiera co najmniej 12g/100ml?

Odpowiedź: 0.911883879894245