

1 Testowanie hipotez statystycznych

Zadanie 1 W pewnym eksperymencie psychiatrycznym przeprowadzonym na grupie 42 chorych otrzymano następujące wyniki: (w %)

34.8, 33.9, 32.6, 49.4, 44.9, 55.2, 48.5, 40.3,
34.0, 42.1, 17.9, 36.0, 21.2, 35.9, 41.2, 40.9,
16.9, 42.9, 28.7, 51.9, 24.1, 29.1, 44.6, 41.
2, 17.0, 29.8, 35.0, 51.7, 42.9, 54.2, 25.9, 30.3,
36.9, 19.2, 59.1, 31.3, 50.0, 19.8, 30.6, 31.7, 28.8, 30.0. Czy na podstawie tych danych można twierdzić, że średni wynik jest równy 50?

Odpowiedź:

One Sample t-test

data: dane

t = -8.1614, df = 41, p-value = 3.983e-10

alternative hypothesis: true mean is not equal to 50

95 percent confidence interval:

32.54759 39.47146

sample estimates:

mean of x

36.00952

Zadanie 2 Zbadano w 81 wylosowanych zakładach pewnej gałęzi przemysłowej koszty materiałowe przy produkcji pewnego wyrobu i otrzymano średnią $\bar{x} = 540$ oraz $s_n = 150$. Na poziomie istotności $\alpha = 0.05$ zweryfikować hipotezę, że średnie koszty materiałowe wynoszą 600.

Odpowiedź:

1. Test jednostronny czy dwustronny?
2. Statystyka testowa: $\frac{(540-600)}{150} \sqrt{81} = -3.6$
3. Wartości krytyczne: -1.95996398454005 , 1.95996398454005 ;
4. Jaka jest zatem decyzja?

Zadanie 3 Wiadomo, że rozkład wyników pomiarów głębokości morza w pewnym rejonie jest normalny z odchyleniem standardowym $S_{n-1} = 5$ m. Dokonano 5 niezależnych pomiarów i otrzymano wyniki (w m): 862, 870, 876, 866, 871. Na poziomie istotności $\alpha = 0.05$ zweryfikować hipotezę, że średnia głębokość morza w tym rejonie jest równa 870 m.

Odpowiedź:

1. Test jednostronny czy dwustronny?
2. Statystyka testowa: $\frac{(\bar{x}-870)}{5}\sqrt{4} = -6.4$
3. Wartości krytyczne: -2.77644510519779, 2.77644510519779;
4. Jaka jest zatem decyzja?

Zadanie 4 Automat produkuje określonych wymiarów blaszki o nominalnej grubości 0.04 mm. Wylosowana próba 25 blaszek dała średnią grubość $\bar{x} = 0.037$ mm oraz $s_{n-1} = 0.05$ mm. Czy można zatem twierdzić, że produkowane blaszki są cieńsze niż 0.04 mm? Przyjąć poziom ufności $\alpha = 0.01$.

Odpowiedź:

1. Test jednostronny czy dwustronny?
2. Statystyka testowa: 0.3
3. Wartości krytyczne: -1.64485362695147, 1.64485362695147;
4. Jaka jest zatem decyzja?

Zadanie 5 Wylosowano niezależnie 10 indywidualnych gospodarstw rolnych w pewnej wsi i otrzymano dla nich następujące wielkości uzyskanych plonów owsa (w q/ha);

18.1, 17.0, 17.5, 17.8, 18.3, 16.7, 18.0, 15.9, 17.6, 18.1.

Na poziomie istotności $\alpha = 0.10$ zweryfikować hipotezę, że średni plon owsa w tej wsi wynosi 18q/ha.

One Sample t-test

data: dane

t = -2.0882, df = 9, p-value = 0.06638

alternative hypothesis: true mean is not equal to 18

95 percent confidence interval:

16.95834 18.04166

sample estimates:

mean of x

17.5

Zadanie 6 *Dokonano 22 niezależnych pomiarów strat z osypania się ziarna żyta w wylosowanych gospodarstwach rolnych w 1966 roku i otrzymano następujące straty (%)*

6.05, 5.89, 5.82, 6.31, 5.26, 5.81,
6.40, 5.92, 6.12, 6.03, 5.47, 5.64, 6.06,
5.87, 5.69, 5.88, 5.49, 5.87, 5.83, 5.75, 5.97, 5.79.

Przyjmując poziom istotności $\alpha = 0.01$ zweryfikować hipotezę, że średni procent strat z osypania się ziarna żyta wynosi 5.5.

One Sample t-test

data: dane

t = 6.4658, df = 21, p-value = 2.086e-06

alternative hypothesis: true mean is not equal to 5.5

95 percent confidence interval:

5.744212 5.975788

sample estimates:

mean of x

5.86

Zadanie 7 *Pragniemy stwierdzić, czy słuszne jest stwierdzenie, że zatrudnione na tych samych stanowiskach kobiety otrzymują przeciętnie niższą płacę niż mężczyźni. Z populacji kobiet wylosowano niezależnie próbę $n_1 = 100$ kobiet i otrzymano średnią płacę 2180 oraz wariancję $s_{n_1}^2 = 6400$. Z populacji mężczyzn zatrudnionych na tych samych stanowiskach wylosowano niezależnie $n_2 = 80$ i otrzymano średnią 2280 oraz wariancję $s_{n_2}^2 = 10000$. Na poziomie istotności $\alpha = 0.01$ należy sprawdzić hipotezę, że średnie płace kobiet są niższe.*

Odpowiedź:

- 1. Test jednostronny czy dwustronny?*
- 2. Statystyka testowa: = 7.27392967453308*
- 3. Wartości krytyczne: 2.32634787404084;*
- 4. Jaka jest zatem decyzja?*

Zadanie 8 Zbadano w losowo wybranych PGR-ach w woj. warszawskim i poznańskim średnie plony buraka cukrowego. Wiadomo, że w obu tych województwach plony buraka mają rozkład normalny z odchyleniem standardowym $\sigma = 20\text{q/ha}$. Średnia z próby o liczebności $n_1 = 6$ wybranej z województwa warszawskiego wyniosła 310q/ha , natomiast z próby o liczebności $n_2 = 10$ wylosowanej z woj. poznańskiego wyniosła 318q/ha . Przyjmując poziom istotności $\alpha = 0.1$ sprawdzić hipotezę, że średnie plony buraka cukrowego uzyskane przez PGR-y obu województw są jednakowe.

Odpowiedź:

1. Test jednostronny czy dwustronny?
2. Statystyka testowa: $= 7.15541752799933$
3. Wartości krytyczne: $-1.64485362695147, 1.64485362695147$;
4. Jaka jest zatem decyzja?

Zadanie 9 W teście badającym pamięć uczniów, dla 8 wylosowanych uczniów otrzymano następujące liczby zapamiętanych przez nich elementów:

16, 13, 14, 21, 19, 18, 26, 17.

Natomiast po specjalnym treningu pamięci grupa ta wykazała następujące wyniki:

21, 17, 20, 26, 23, 22, 21, 18.

Przyjmując poziom istotności $\alpha = 0.05$ zweryfikować hipotezę, że trening zwiększa liczbę zapamiętanych przez uczniów elementów.

Paired t-test

```
data: daneA and daneB
t = -2.3932, df = 7, p-value = 0.04794
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
-5.96421337 -0.03578663
sample estimates:
mean of the differences
-3
```

Zadanie 10 Zmierzono czas reakcji na pewien u 8 kierowców badanych w pracowni psychotechnicznej przed i w 15 minut po wypiciu 100g wódki. Wyniki przed wypiciem wódki były następujące (w sekundach):

0.22, 0.18, 0.16, 0.19, 0.20, 0.23, 0.17

a po wypiciu wódki:

0.28, 0.20, 0.3, 0.19, 0.26, 0.28, 0.24.

Na poziomie istotności $\alpha = 0.05$ zweryfikować hipotezę, że wódka zwiększa czas reakcji na bodziec.

Paired t-test

```
data: daneA and daneB
t = 3.4174, df = 6, p-value = 0.007094
alternative hypothesis: true difference in means is greater than 0
95 percent confidence interval:
 0.02465094      Inf
sample estimates:
mean of the differences
 0.05714286
```

Zadanie 11 Badając odruchy warunkowe u psa otrzymano następujące ilości śliny wydzielającej się przy pierwszym bodźcu (w cm^3):

0.76, 0.54, 0.65, 0.4, 0.27, 0.65, 0.16;

natomiast przy drugim bodźcu otrzymano:

0.4, 0.2, 0.09, 0.38, 0.5, 0.15, 0.28

Na poziomie istotności $\alpha = 0.05$ zweryfikować hipotezę, że przy drugim bodźcu przeciętna ilość wydzielanej śliny jest mniejsza.

Paired t-test

```
data: daneB and daneA
t = -1.7319, df = 6, p-value = 0.933
alternative hypothesis: true difference in means is greater than 0
95 percent confidence interval:
-0.4334954      Inf
sample estimates:
mean of the differences
-0.2042857
```

Zadanie 12 W szpitalu wylosowano próbę 16 pacjentów chorych na chorobę A oraz próbę 26 pacjentów chorych na chorobę B i dokonano pomiarów czasu snu tych pacjentów. Dla pacjentów chorych na chorobę A otrzymano następujące wyniki (czas snu w minutach):

438, 154, 374, 250, 305, 299, 434, 432, 453, 445, 466, 413, 551, 342, 123, 508

a dla pacjentów chorych na chorobę B otrzymano

416 454, 400, 315, 373, 370, 203, 505, 372, 249, 285, 339, 439, 262, 372, 149,
275, 452, 320, 460, 392, 272, 263, 379, 309, 358.

Na poziomie istotności $\alpha = 0.05$ zweryfikować hipotezę o jednakowych średnich czasach snu w obu grupach pacjentów.

F test to compare two variances

data: daneA and daneB
F = 2.0041, num df = 15, denom df = 25, p-value = 0.1202
alternative hypothesis: true ratio of variances is not equal to 1
95 percent confidence interval:
0.8312624 5.3899138
sample estimates:
ratio of variances
2.004136

Two Sample t-test

data: daneA and daneB
t = 0.9108, df = 40, p-value = 0.3679
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
-35.39213 93.45944
sample estimates:
mean of x mean of y
374.1875 345.1538

Zadanie 13 Zmierzono w dwóch ulach średnicę komórek plastra zbudowanego przez pszczoły. Dla 7 wylosowanych komórek z pierwszego ula otrzymano następujące wyniki:

5.36, 5.20, 5.28, 5.16, 5.30, 5.08, 5.23

analogicznie dla drugiego ula otrzymano:

5.15, 5.04, 5.30, 5.22, 5.19, 5.24, 5.12;

Na poziomie istotności $\alpha = 0.05$ zweryfikować hipotezę, że średnie długości komórek w plastrach pochodzących z dwóch różnych uli są równe.

F test to compare two variances

```

data: daneA and daneB
F = 1.2009, num df = 6, denom df = 6, p-value = 0.8298
alternative hypothesis: true ratio of variances is not equal to 1
95 percent confidence interval:
 0.2063511 6.9890227
sample estimates:
ratio of variances
      1.200913

```

Two Sample t-test

```

data: daneA and daneB
t = 1.0437, df = 12, p-value = 0.3172
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
-0.05438397 0.15438397
sample estimates:
mean of x mean of y
      5.23      5.18

```

Zadanie 14 Zbadano ilość piór sterówek w dwu grupach gołębi pochodzących od hodowców śląskich oraz mazowieckich. Dla 8 gołębi hodowanych na Śląsku otrzymano następujące wyniki (liczba piór):

42, 31, 30, 14, 38, 25, 17, 35

natomiast dla 10 gołębi hodowców mazowieckich otrzymano

40, 32, 38, 36, 43, 39, 24, 28, 36, 34.

Przyjmując poziom istotności $\alpha = 0.1$ zweryfikować hipotezę o różnych gatunkach gołębi (charakteryzujących się różną liczbą sterówek) hodowanych na Śląsku i Mazowszu.

F test to compare two variances

```

data: daneA and daneB
F = 2.9363, num df = 7, denom df = 9, p-value = 0.1353
alternative hypothesis: true ratio of variances is not equal to 1
95 percent confidence interval:
 0.6996094 14.1623807
sample estimates:
ratio of variances
      2.936293

```

Two Sample t-test

```
data: daneA and daneB
t = -1.6229, df = 16, p-value = 0.1242
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
  -13.83756   1.83756
sample estimates:
mean of x mean of y
      29      35
```

Zadanie 15 *W celu stwierdzenia czy podanie pewnego preparatu farmaceutycznego zmienia funkcję pewnego białka w moczu królików, dokonano 16 pomiarów frakcji tego białka w grupie kontrolnej oraz 25 pomiarów w grupie królików, którym podano preparat farmaceutyczny. Wyniki były następujące (w %):*

Grupa kontrolna 18.7, 7.4, 0.8, 34.5, 45.5, 10.1, 19.4, 40.02, 11.5, 19.2, 39.0, 1.0, 11.2, 16.1, 3.7, 7.9

Grupa zabiegowa:

27.4, 13.9, 10.3, 0.8, 9.6, 5.7, 3.0, 19.1, 4.8, 12.2, 19.2, 20.8, 5.1, 18.5, 8.8, 16.8, 20.5, 1.9, 12.5, 28.7, 11.5, 17.5, 35.6, 6.3, 4.0

Na poziomie istotności $\alpha = 0.05$ zweryfikować hipotezę, że średnie frakcje badanego białka w moczu królików, którym nie podawano preparatu i królików, które go otrzymały są identyczne.

F test to compare two variances

```
data: daneA and daneB
F = 2.5701, num df = 15, denom df = 24, p-value = 0.03803
alternative hypothesis: true ratio of variances is not equal to 1
95 percent confidence interval:
  1.054427  6.940890
sample estimates:
ratio of variances
      2.570091
```

Welch Two Sample t-test

```
data: daneA and daneB
t = 1.1165, df = 22.528, p-value = 0.276
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
  -3.844147  12.836647
sample estimates:
```

```
mean of x mean of y
17.87625 13.38000
```

Zadanie 16 *Dokonano 10 pomiarów tego samego napięcia prądu przy użyciu dwu różnych woltomierzy. Dla pierwszego woltomierza otrzymano następujące wyniki (w V): 1.07, 1.13, 1.15, 1.11, 1.09, 1.10, 1.14, 1.15, 1.11; natomiast dla drugiego otrzymano 1.08, 1.05, 1.03, 1.06, 1.05, 1.12, 1.06, 1.02, 1.08, 1.15. Na poziomie istotności $\alpha = 0.01$ zweryfikować hipotezę o jednakowych wynikach pomiaru napięcia obu woltomierzy.*

F test to compare two variances

```
data: daneA and daneB
F = 0.4912, num df = 8, denom df = 9, p-value = 0.3299
alternative hypothesis: true ratio of variances is not equal to 1
95 percent confidence interval:
 0.1197471 2.1402606
sample estimates:
ratio of variances
 0.4911972
```

Two Sample t-test

```
data: daneA and daneB
t = 2.932, df = 17, p-value = 0.009309
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 0.01308590 0.08024744
sample estimates:
mean of x mean of y
 1.116667 1.070000
```