

Statystyka w analizie i planowaniu eksperymentu

Paweł Błażej

28 marca 2012

Własności rozkładu normalnego

Rozkład normalny jest rozkładem najczęściej wykorzystywanym do modelowania zmienności pewnej cechy w zadanej populacji. Parametrami tego rozkładu są średnia μ (parametr położenia) oraz σ^2 (parametr skali).

Zapis

$$X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma).$$

Standardowy rozkład normalny

$$X \sim \mathcal{N}(0, 1), \text{ gdzie } \mu = 0, \sigma = 1$$

Niech

$$X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma),$$

wtedy

$$Y \sim \mathcal{N}(0, 1), \text{ gdzie } Y = \frac{(X - \mu)}{\sigma}.$$

Niech

$$X \sim \mathcal{N}(0, 1),$$

wtedy

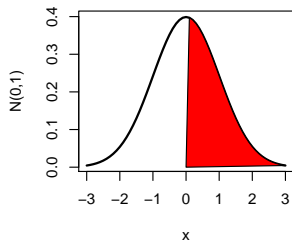
$$Y \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma) \text{ gdzie } Y = \sigma \cdot X + \mu$$

Niech $X \sim \mathcal{N}(0, 1)$. Oblicz następujące prawdopodobieństwa:

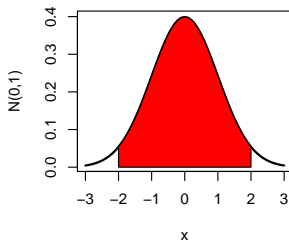
- 1 $P(X > 0)$;
- 2 $P(|X| < 2)$;
- 3 $P(X > -1)$;
- 4 $P(0.5 < X < 2)$.

Praktyczne posługiwanie się rozkładem normalnym

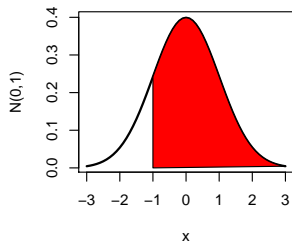
1



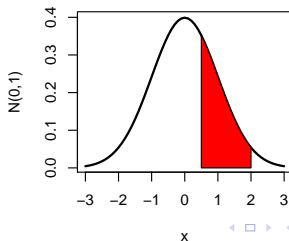
2



3



4

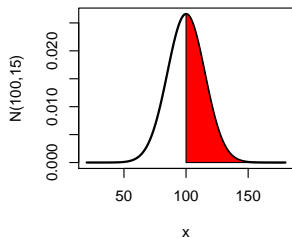


Przyjmuje się, że współczynnik IQ ma w populacji rozkład normalny o średniej $\mu = 0$ i odchyleniu standardowym $\sigma = 15$

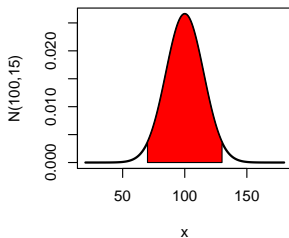
- 1 Ile osób ma większe IQ niż 100?;
- 2 Ile osób ma IQ w przedziale 70 – 130?;
- 3 Jaki przedział przyjąć aby określić odsetek 0.05 osób o największym IQ?

Praktyczne postępowanie się rozkładem normalnym

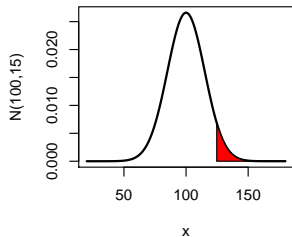
1



2



3



Założmy, że długość piór ogonowych pawia wynosi średnio 65 cm, z odchyleniem standardowym 5 cm. Oszacuj prawdopodobieństwo, że losowo wyjęte pióro ma długość:

- 1 mniejszą niż 54 cm;
- 2 większą niż 64 cm;
- 3 jeśli mieszkańcy Łobzowa zwykli nosić na czapkach pióra o długości od 70 do 75 cm, to jak często natrafiają na takie pióro?

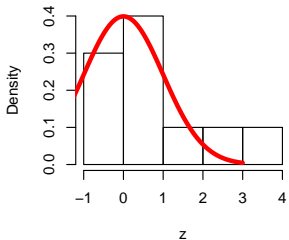
Rozkład normalny jest rozkładem granicznym dla standaryzowanych zmiennych losowych pochodzących z różnych rozkładów.

Centralne Twierdzenie Graniczne

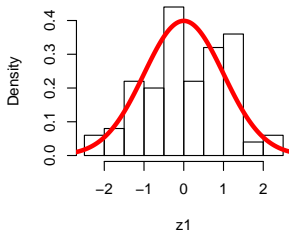
Średnia n niezależnych ustandaryzowanych $\sqrt{n}\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma}$ zmiennych losowych pochodzących z porządných rozkładów zbiega do rozkładu normalnego $\mathcal{N}(0, 1)$.

Co to oznacza w praktyce?

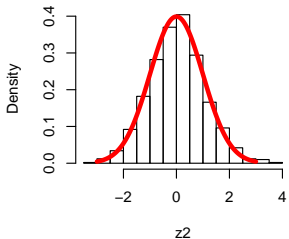
Histogram of z



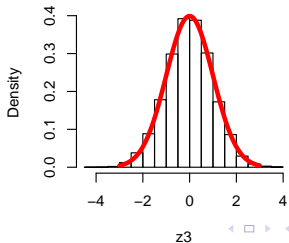
Histogram of z1



Histogram of z2



Histogram of z3



Rzucamy 100 razy monetą jakie jest prawdopodobieństwo, że suma wyrzuconych orłów przekroczy 55?

Rzucamy 20 razy symetryczną kostką oblicz prawdopodobieństwo tego, że suma wyrzuconych oczek jest liczbą pomiędzy 60, 80?

Przyjmijmy, że czas naszego codziennego dojazdu do szkoły jest zmienną losową o rozkładzie jednostajnym na odcinku $[0, 5\text{godz.}, 1\text{godz.}]$ i że czasy dojazdu w różne dni są niezależne. Ile w przybliżeniu wynosi prawdopodobieństwo zdarzenia, że średni dzienny dojazd w ciągu 30 dni przekroczy 0,8 godziny.