

# Statystyka w analizie i planowaniu eksperymentu

## lista nr 1

### 1 Wprowadzenie

**Zadanie 1** *W pewnym zagajniku rosną tylko dwa gatunki drzew: 1200 grabów i 800 dębów. Stwierdzono też, że 30% drzew ma dziuple, przy czym obecność dziupli jest zjawiskiem niezależnym od gatunku drzewa. Oszacuj prawdopodobieństwo, że losowo wybrane drzewo:*

- *jest dębem;*
- *jest grabem;*
- *jest grabem lub dębem;*
- *nie jest ani grabem ani dębem;*
- *ma dziuplę;*
- *nie ma dziupli;*
- *ma dziuplę lub nie ma dziupli;*
- *jest dębem z dziuplą;*
- *jest grabem bez dziupli.*

**Zadanie 2** *W zagajniku z poprzedniego zadania wybrano losowo dwa drzewa. Oszacuj prawdopodobieństwa, że wśród tych drzew:*

- *oba są grabami;*
- *pierwsze z wybranych jest grabem, a drugie dębem;*
- *pierwsze z wybranych jest dębem a drugie grabem;*
- *tylko jedno jest grabem (wszystko jedno, które)*
- *żadne nie jest grabem;*
- *oba mają dziuple;*

- oba są grabami i oba mają dziuple

**Zadanie 3** Oszacuj prawdopodobieństwa, że przy rzucie dwóch kostek do gry otrzymamy następujące sumy oczek na obydwu kostkach: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13

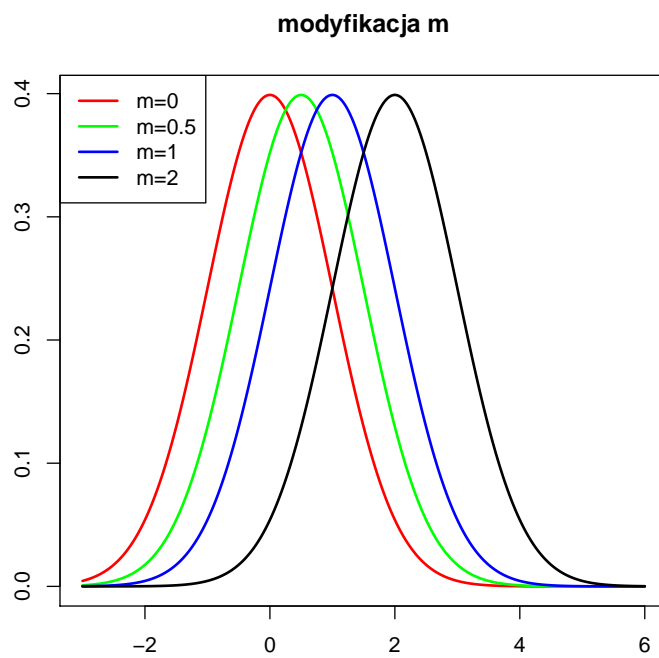
**Zadanie 4** Rzucono 10 razy symetryczną monetą. Oceń prawdopodobieństwo, że wyrzucone zostały:

- same orły;
- same orły lub same reszki;
- co najwyżej dwa orły;
- co najmniej dwa orły;
- co najmniej 11 orłów;
- co najwyżej 11 orłów

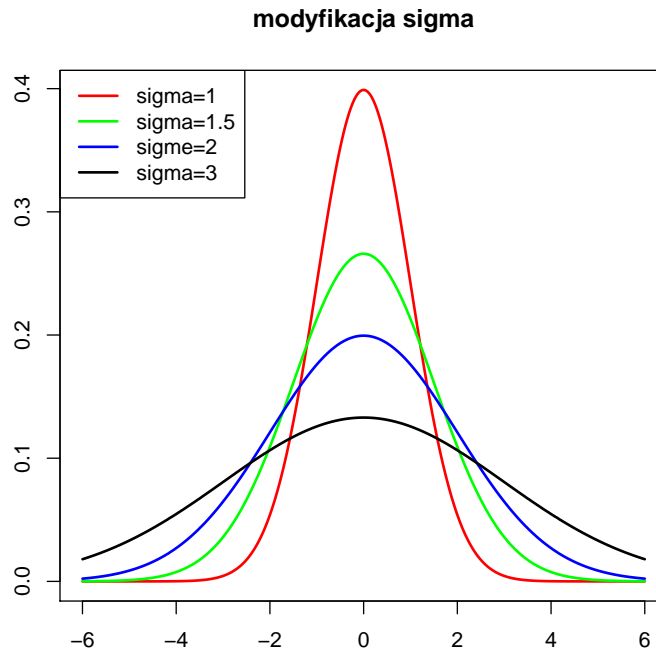
## 2 Podstawowe własności rozkładu normalnego

1. Standardowy rozkład normalny  $\mathcal{N}(0, 1)$
2. Jeżeli  $X$  ma rozkład  $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$ , to  $Y$  ma rozkład  $\mathcal{N}(0, 1)$ , gdzie  $Y = \frac{(X-\mu)}{\sigma}$ ;
3. Jeżeli  $X$  ma rozkład  $\mathcal{N}(0, 1)$ , to  $Y$  ma rozkład  $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$  gdzie  $Y = \sigma \cdot X + \mu$ ;
4.  $E[X] = \mu$ ,  $Var[X] = \sigma^2$ ;
5. Jeżeli  $X_1, X_2, \dots, X_n$  jest próbą z rozkładu normalnego  $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$  to  $\bar{X}$  ma rozkład  $\mathcal{N}(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$

6. Interpretacja graficzna parametru  $\mu$ :



7. Interpretacja graficzna parametru  $\sigma$ :



8. Umownie przyjęto zakres wartości obejmujący 95.5% wartości rozkładu danej cechy w populacji tj. zakres  $\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma$  za **normę** (wartości prawidłowe);

**Zadanie 5** Znajdź wartości  $\Phi(z)$  dla  $z = 0, 1.96, -1, 0.56, -0.25, 1.5, 2.01, 3, 1.75$

Odpowiedzi:  $\Phi(0) = 0.5,$

$\Phi(1.96) = 0.97500210485178,$

$\Phi(-1) = 0.158655253931457,$

$\Phi(0.56) = 0.712260281150973,$

$\Phi(-0.25) = 0.401293674317076,$

$\Phi(1.5) = 0.933192798731142,$

$\Phi(2.01) = 0.977784405570569,$

$\Phi(3) = 0.99865010196837,$

$\Phi(1.75) = 0.959940843136183;$

**Zadanie 6** Znajdź wartości  $z$ , dla których  $\Phi(z) = 0.5, 0.05, 0.95, 0.99, 0.90, 0.025, 0.01$ ;  
odpowiedzi:  $\Phi^{-1}(0.5) = 0$ ,

$$\Phi^{-1}(0.05) = -1.64485362695147,$$

$$\Phi^{-1}(0.95) = 1.64485362695147,$$

$$\Phi^{-1}(0.99) = 2.32634787404084,$$

$$\Phi^{-1}(0.90) = 1.2815515655446,$$

$$\Phi^{-1}(0.025) = -1.95996398454005,$$

$$\Phi^{-1}(0.01) = -2.32634787404084,$$

**Zadanie 7** Niech  $X$  będzie zmienną losową o rozkładzie  $\mathcal{N}(0, 1)$  oblicz:

1.  $P(-0.55 < z < 0.37)$ , Odpowiedź: 0.3531490680122;

2.  $P(0.37 < z < 0.42)$ , Odpowiedź: 0.0184485183512038;

3.  $P(-0.55 < z < -0.15)$ , Odpowiedź: 0.149222620841411;

**Zadanie 8** Niech zmienna losowa  $X$  ma rozkład  $\mathcal{N}(2, 3)$  oblicz prawdopodobieństwa:

1.  $P(X > 2)$ , Odpowiedź: 0.5;

2.  $P(X < 1)$ , Odpowiedź: 0.369441340181764;

3.  $P(|X - 2| < 0.5)$ , Odpowiedź: 0.132367665221807;

4.  $P(X < 1)$  Odpowiedź: 0.369441340181764.

**Zadanie 9** Zmienna losowa ma rozkład  $\mathcal{N}(12, 4)$ . Oblicz prawdopodobieństwo  $P(X < 15)$ .

Odpowiedź:  $P(X < 15) = 0.773372647623132$ .

**Zadanie 10** Średnia zawartość Hb we krwi kobiet wynosi 13.7g/100ml, wariancja 1.58. Jakie jest prawdopodobieństwo, że losowo pobrana do badań krew kobiet zawiera co najmniej 12g/100ml?

Odpowiedź: 0.911883879894245

**Zadanie 11** Wzrost  $X$  w pewnej populacji osobników ma rozkład  $\mathcal{N}(160, 10)$ . Jaki jest wzrost pewnego osobnika z tej populacji, jeśli wiadomo, że co czwarty jest od niego wyższy?

Odpowiedź: 166.744897501961

**Zadanie 12** Dochód pewnej grupy pracowników ma rozkład normalny o wartości oczekiwanej 1000 zł i odchyleniu standardowym 200 zł. Oblicz prawdopodobieństwo, że wśród dwóch wylosowanych pracowników tej grupy nie będzie ani jednego o dochodzie powyżej 1200 zł.

Odpowiedź: 0.707860981737141

**Zadanie 13** Według producenta, maksymalny przebieg silnika bez remontu jest zmienną losową o rozkładzie  $N(500000, 40000)$ . Jakie jest prawdopodobieństwo, że silnik zapewni przebieg powyżej 550000 km?

Odpowiedź: 0.105649773666855